Über die Natur des Elektrons und die Ursache der Gravitation

Ein Beitrag zur Elektrodynamik von Elementarteilchen

Eberhard Suckert

E-mail: cekrstu@web.de

10. September 2015

Abstract: All the known properties of the electron like electronic charge, self-energy, mass, spin, g-factor and wave-particle duality are derived from a solution of the Maxwell equations. A precise formula for the g-factor is given. The electromagnetic nature of the gravitation is showed. The general law for the gravitational and Colomb forces was found.

Zusammenfassung

. Alle bekannten Eigenschaften des Elektrons, wie Ladung, Eigenenergie, Masse, Spin, g-Faktor und die Welle-Teilchen-Dualität werden aus einer Lösung der Maxwell Gleichungen abgeleitet. Es wird die elektromagnetische Natur der Gravitation dargelegt. Das allgemeine Gesetz, das der Gravitationskraft und der Coulomb-Kraft zu Grunde liegt, wurde gefunden.

Schlüsselwörter: Elektron, electromagnetische Masse, Spin, g-Factor, Welle-Teilchen Dualität, Gravitation, Vereinigung von Gravitations- und Coulomb-Gesetz

PACS numbers: 00.03.50 De, 10.14.60 Cd, 40.41.20 Jb, 40.45.40 Cc

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Aus der Vereinigung von Positron und Elektron gehen Photonen hervor. Die gesamte Energie beider Teilchen wird dabei in elektromagnetische Energie umgesetzt. Aus Materie sind elektromagnetische Felder entstanden.
Photonen, obwohl elektromagnetischer Natur, werden wie Materie von Gravitationskräften beeinflusst.

Denkt man sich eine elektrische Ladung und einen kleinen Magneten ruhend beieinander liegend, dann resultiert aus dem statischen elektrischen Feld $\vec{E}$ und dem statischen magnetischen Feld $\vec{B}$ ein zirkulierender elektromagnetischer Energiestrom $\epsilon_0 c^2(\vec{E} \times \vec{B})$.[2]

Umgekehrt müsste ein zirkulierendes elektromagnetisches Feld wie ein Magnet kombiniert mit einer Ladung, kurz: wie ein Elektron bzw. Positron wirken. (Wie sich herausstellen wird.)

Aus den genannten Erscheinungen sollte es nicht überraschen, wenn sich die elektromagnetische Natur der Materie herausstellen würde. Die Theorie des Elektromagnetismus sagt die Existens elektromagnetischer Masse voraus. Doch Berechnungen der Eigenenergie des Elektrons zu Beginn des vergangenen Jahrhunderts scheiterten, als man feststellte, dass die gefundene Formel einen geringeren Wert als $m_0 c^2$ ergab. Innere, unbekannte Kräfte wurden vermutet (Poincaré - Spannungen). Zu dem wurde nach einer Theorie für das Elektron gesucht, die mit den Maxwell-Gleichungen vereinbar sein sollte. Auch dies ohne Erfolg. Versuche, die Maxwell-Theorie zu modifizieren (Dirac, Bopp et alt.) blieben unbefriedigend. ("Das Elektron ist ein Fremdling in der Elektrodynamik", A.Einstein.s.[1]) Bis heute gibt es weder eine konsistente Theorie, die für eine Punktladung keine unendliche Energie liefert, noch eine befriedigende Theorie für eine nicht-punktförmige Ladung . [1], [2]

Die fundamentalen Eigenschaften des Elektrons, wie Ladung, Masse, Drehimpuls (Spin), anomales magnetisches Moment und die Welle-Teilchen Dualität schienen völlig unabhängig von einander zu sein, doch mit der Vorstellung von einer zirkulierenden elektromagnetischen Welle kann eine gemeinsame Ursache dieser fünf Eigenschaften angegeben werden.
Darüber hinaus wird die Gravitation als ein elektromagnetisches Phänomen dargelegt und eine enge Beziehung zwischen dem Coulomb-Gesetz und Newton's Gravitationsgesetz aufgezeigt.
Um Missverständnissen vorzubeugen, sei schon jetzt betont: Im vorliegenden Modell gibt es nur eine (zirkulierende) transversale elektromagnetische Welle. Sie wird beschrieben durch das elektrische Feld $\vec{E}$ bzw. die Flussdichte $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ mit dem zugehörigen elektrischen Fluss q_e und dem magnetischen Feld, der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ mit dem zugehörigen magnetischem Fluss q_m. q_e und q_m sind keine Ladungen. Sie gehören per definitionem zu den Flussdichten. (Es gibt keine Flussdichte ohne Fluss!).Auch eine sich longitudinal ausbreitende transversale elektromagnetische Welle wird durch die Felder D und B beschrieben ohne dass Ladungen mitgeführt werden, denen sie entspringen!.
Dennoch werde ich den auf die Volumeneinheit bezogenen Fluss, mangels besserer Bezeichnung, formal als Ladungsdichte (z.B $B/r_0 = \rho_m$ und $D/r_e = \rho_e$) bezeichnen.]

2 Die Wellenlängen des Elektrons

Es gibt zwei Wellenlängen, die wir dem Elektron mit der Ruhmasse m_0 zuschreiben:
a) Die Compton-Wellenlänge λ_0, gegeben durch die Beziehung

$$m_0 \lambda_0 = h/c \tag{1}$$

b) Die de Broglie-Wellenlänge λ, gegeben durch die Beziehung

$$m\lambda = h/v \tag{2}$$

λ ist verknüpft mit λ_0 durch

$$\lambda = \frac{\lambda_0 \sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \tag{3}$$

Physikalisch kann diese Beziehung mit Hilfe der Lorentz-Transformation und einer speziellen Vorstellung vom Elektron hergeleitet werden.

Angenommen in einem ruhenden Inertialsystem S zirkuliert ein elektromagnetisches Feld (e-m Feld) auf einer Kreisbahn der Länge λ_0, dann wird ein Beobachter im Inertialsystem S' , das sich mit der Geschwindigkeit v relativ zu S bewegt die de Broglie-Wellenlänge λ sehen.
Die Situation ist in Abbildung 1 dargestellt.

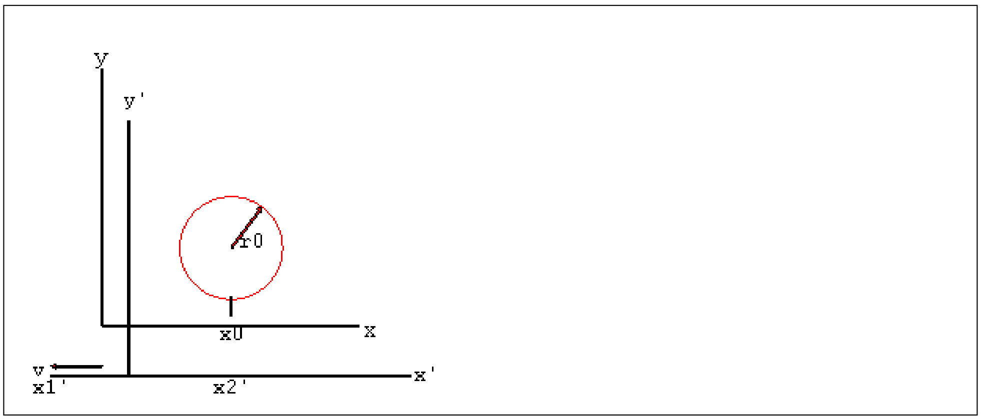

Abbildung 1: Die rotierende Markierung in S beobachtet in S'

Das Zentrum der Kreisbahn ruht in S. Die e-m Welle zirkuliert mit der Kreisfrequenz $\omega_0 = c/r_0$.($2\pi r_0$ ist die Compton-Wellenlänge λ_0). In der Zeit $t_2 - t_1 = \lambda_0/c$ macht die Markierung bei x_0 einen Umlauf. In S' wird die Markierung an den Stellen x_1' und x_2' beobachtet.
Es gilt

$$t_2 - t_1 = [(t_2' - t_1') + \frac{v}{c^2}(x_2' - x_1')]/\sqrt{1-\beta^2} = \lambda_0/c$$

Für $t_2' = t_1'$ ist der Abstand in S'

$$x_2' - x_1' = \lambda_0\sqrt{1-\beta^2}/\beta = \lambda \qquad (4)$$

gerade die de Broglie-Wellenlänge.

3 Die Wellengleichung des freien Elektrons

3.1 Die Wellengleichung einer zirkulierenden Welle

Wenn in der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2\Psi^\circ}{\partial t^2} - c^2\frac{\partial^2\Psi^\circ}{\partial s^2} = 0 \qquad \text{(im Ruhesystem S)} \qquad (5)$$

ds ein Wegelement auf dem Kreisumfang λ_0 ist und dt ein Zeitelement der Umlaufzeit T_0, dann ist die Lösung eine zirkulierende Welle

$\Psi^\circ(s,t) = \Psi^\circ(k_0 s - \omega_0 t)$ der Länge λ_0, wobei $\omega_0 = ck_0$
($k_0 = 2\pi/\lambda_0 = 1/r_0$ $\quad und \quad$ $\omega_0 = 2\pi/T_0$, c Lichtgeschwindigkeit)

3.2 Die zirkulierende elektromagnetische Welle.

Eine Lösung der Maxwell-Gleichungen.

Die Feldvektoren der elektromagnetischen Welle seien:

$$\begin{aligned} \vec{E^\circ} &= 0 \quad f\ddot{u}r \quad 0 \le r < r_0 \\ \vec{E^\circ} &= E^\circ[(1-l)cos(k_0 s), (1-l)sin(k_0 s), l] \quad f\ddot{u}r \quad r_0 \le r \end{aligned} \tag{6}$$

wobei $E^\circ = E_0 exp[\sin(k_0 s - \omega_0 t)]$

$$\begin{aligned} \vec{B^\circ} &= 0 \quad f\ddot{u}r \quad 0 \le r < r_0 \\ \vec{B^\circ} &= B^\circ[lcos(k_0 s), lsin(k_0 s), l-1] \quad f\ddot{u}r \quad r_0 \le r \end{aligned} \tag{7}$$

wobei $B^\circ = B_0 exp[\sin(k_0 s - \omega_0 t)]$

Sie sind Lösungen der Maxwell-Gleichungen, wenn $E = cB$ und $\omega_0 r_0 = c$.
$\nabla \cdot \vec{B}$ und $\nabla \cdot \vec{D}$ sind nicht eindeutig, wie die Abhängigkeit von dem eingeführten Parameter l zeigt. $0 \le l \le 1$.
Der Parameter l dreht die aufeinander senkrecht stehenden Feldvektoren $\vec{E}$ und $\vec{B}$ bezüglich der Umlaufbahn und kann weder das magnetische Feld noch eine damit verknüpfte magnetische Raumladung ρ_m zum Verschwinden bringen, selbst wenn für $l = 0$ die Divergenz $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ wird.

$$\nabla \times \vec{B^\circ} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E^\circ}}{\partial t}, \qquad \nabla \times \vec{E^\circ} = -\frac{\partial \vec{B^\circ}}{\partial t} \tag{8}$$

$$\nabla \cdot \vec{B^\circ} = B^\circ \frac{l}{r_0}, \qquad \nabla \cdot \vec{D^\circ} = D^\circ \frac{1-l}{r_0} \tag{9}$$

$\nabla \cdot \vec{B^\circ} = 0$ bedeutet nicht, dass es keine magnetische Ladungsdichte gibt! Eine Ladungsdichte des Elektrons kann nicht von einem Parameter abhängen.

Für $l = 0$ liegt der elektrische Feldvektor in der x-y-Ebene und der magnetische Feldvektor dazu orthogonal.
Die Divergenzen hängen nur von den x- und y- Komponenten der Gleichungen (6) und (7) ab, weil die z-Komponenten konstant sind. Der Einfluss der z-Komponenten auf die Ladungsdichten wird im Abschnitt 3.4 gezeigt.

Es ist $\vec{S} = c^2(\vec{D} \times \vec{B})$ der zirkulierende Energiestrom

$$\begin{aligned} \vec{s} &= \vec{D} \times \vec{B} \quad \text{(zirkulierende Impulsdichte oder Massestrom)} && (10) \\ &= (l^2 + (1-l)^2) D_0 B_0 e^{2\sin(k_0 s - \omega_0 t)} [-\sin(k_0 s), \cos(k_0 s), 0] && (11) \end{aligned}$$

3.2.1 Die allgemeine Beziehung zwischen der zirkulierenden Welle in S und der in S' beobachteten Welle.

Aus der Energie - Impuls Beziehung

$$E^2 - (pc)^2 = E_0^2 \tag{12}$$

wird mit $E = \hbar\omega$, $E_0 = \hbar\omega_0$ und $p^2 = (mv)^2 = (\hbar k)^2$.

$$\omega^2 - (kc)^2 = \omega_0^2 \tag{13}$$

was auch aus der eindimensionalen Klein-Gordon Gleichung

$$\Psi_{tt} - c^2\Psi_{xx} = -\omega_0^2 \Psi(x,t) \tag{14}$$

mit der Wellenfunktion $\Psi(x,t) = e^{i(kx - \omega t)}$ folgt.

Diese Wellenfunktion berücksichtigt nicht den Charakter des Vierervektors der Wellenzahl ω/c Gl.(13), dessen Größe im ruhenden System S durch seine Norm ω_0/c gegeben ist. Berücksichtigt man dies, so erhält man die eindimensionale Wellenfunktion des freien Elektrons.

$$\Psi_{tt} - c^2\Psi_{xx} = \Psi^\circ_{tt} \tag{15}$$

Ψ steht für das elektrische Feld $\vec{E}$ oder das magnetische Feld $\vec{B}$, aber auch für den Energiestrom $\vec{S} = \epsilon_0 c^2(\vec{E} \times \vec{B})$

Im bewegten System S' auf der linken Seite der Gleichung (15) ist
$\Psi(x,t) = \Psi(kx - \omega t)$, z.B. $\Psi(x,t) = e^{\sin(kx - \omega t)}$

Im Ruhesystem S auf der rechten Seite ist
$\Psi^\circ(s,t) = \Psi^\circ(k_0 s - \omega_0 t)$, z.B. $\Psi^\circ(s,t) = e^{\sin(k_0 s - \omega_0 t)}$.

(s ist Variable auf dem Kreisumfang, Abb.1 und $k_0 = 2\pi/\lambda_0, \omega_0 = c/r_0$)

Ist $\Psi^\circ(s,t)$ eine zirkulierende Welle in S, dann beobachtet man $\Psi(x,t)$ in S'.

Dies zeigt die folgende Überlegung:

Wird $s = 0$ bei x_0 auf der x-Achse angenommen,(Abb.1), dann wird der Beobachter in S

$\Psi^\circ(0, t) = \Psi^\circ(-\omega_0 t)$ bei x_0 sehen.

Mit $t = \dfrac{t' - \dfrac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}$ wird $\Psi^\circ(-\omega_0, t) = \Psi(kx - \omega t)$

und aus Gl.15 folgt Gl.13
(Weil Ψ ohne $\circ$ (gesprochen: circ) anzeigt, dass es in S' gilt, wurden die Beistriche bei x und t weggelassen.)

3.3 Die Wellengleichung des freien Elektrons

Gleichung (15) erweitert auf drei Dimensionen, ergibt die

Wellengleichung des freien Elektrons:

$$\boxed{\Psi_{tt} - c^2\nabla^2\Psi = \Psi^\circ_{tt}} \tag{16}$$

Diese Gleichung umfasst die separierten Maxwell-Gleichungen:

$$\begin{aligned} \vec{A}_{tt} - c^2\nabla^2\vec{A} &= \vec{A}^\circ_{tt} && (17)\\ &= \vec{j}/\epsilon_0 && (18)\\ \phi_{tt} - c^2\nabla^2\phi &= \phi^\circ_{tt} && (19)\\ &= c^2\rho/\epsilon_0 && (20) \end{aligned}$$

Mit dem Vektor des magnetischen Feldes $\vec{B}^\circ$ (Gleichung (7))
und dem Radiusvektor $\vec{r} = r_0[cos(k_0 s), sin(k_0 s), 0]$
erhält man das Vektorpotenzial $\vec{A}^\circ = \vec{B}^\circ \times \vec{r}$
Ohne Einschränkung der Allgemeinheit setzen wir $l = 0$, leiten zweimal nach der Zeit ab und setzen anscliessend im Exponenten $s = ct$, sowie $\omega_0 = c/r_0$:

$$\begin{aligned} \vec{A}^\circ_{tt} &= c^2\frac{B_0}{r_0}[sin(k_0 s), -cos(k_0 s), 0] && (21)\\ &= \vec{j}/\epsilon_0 && (22) \end{aligned}$$

denn $\epsilon_0 c^2 \dfrac{B_0}{r_0}$ ist eine Stromdichte.
Mit dem Vektor des elektrischen Feldes $\vec{E}^\circ$ (Gleichung (6))

und dem Radiusvektor $\vec{r} = r_0[cos(k_0 s), sin(k_0 s), 0]$
erhält man das Scalarpotenzial $\phi^\circ = \vec{E}^\circ \cdot \vec{r}$
Wieder setzen wir $l = 0$, leiten zweimal nach der Zeit ab,und setzen anschliessend im Exponenten $s = ct$, sowie $\omega_0 = c/r_0$:

$$\phi^\circ_{tt} = c^2 \frac{E_0}{r_0} \tag{23}$$

$$= c^2 \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{24}$$

denn die elektrische Ladungsdichte ist $\rho = \epsilon_0 \dfrac{E_0}{r_0}$.
Damit ist gezeigt, dass die Wellengleichung des freien Elektrons (15) die separierten Maxwell-Gleichungen umfasst.

3.3.1 Magnetische und elektrische Ladungsdichten

Es war $\nabla \cdot \vec{B}^\circ = B^\circ \dfrac{l}{r_0}$ Gln. (9), worin sich die konstante z-Komponente von $\vec{B}^\circ$ nicht auswirkte.
Für $\vec{B}_z = B^\circ[0, 0, l-1]$ ist $\nabla \cdot \vec{B}_z = 0$.
Ist $\vec{A} = \vec{B}_z \times \vec{r}$ das Vektorpotential mit dem
Radiusvektor $\vec{r} = r_0[cos(k_0 s), sin(k_0 s), 0]$, dann ist
$\vec{A} = r_0 B^\circ(1-l)[sin(k_0 s), -cos(k_0 s), 0]$ mit der Norm $A^\circ = r_0 B^\circ(1-l)$.
Man sieht, dass das Vektorpotential A° ebenso wie die magnetische Flussdichte B° die Wellengleichung des Elektrons (15) erfüllt. (nebenbei: $\vec{B}_z = \frac{1}{2}(\nabla \times \vec{A})$)
Trotz $\nabla \cdot \vec{B}_z = 0$ gibt es eine magnetische Ladungsdichte.
Ersetzt man nämlich in der Wellengleichung $\Psi_{tt} - c^2\nabla^2\Psi = \Psi^\circ_{tt}$
Ψ durch A und Ψ° durch A° und dividiert durch c^2, so erhält man:

$$\frac{1}{c^2}A_{tt} - \nabla^2 A = \frac{1}{c^2}A^\circ_{tt} \tag{25}$$

$$= \frac{r_0\omega_0^2}{c^2}B^\circ(1-l)(cos^2(k_0 s - \omega_0 t) - sin(k_0 s - \omega_0 t))$$

$$= (1/r_0)B^\circ(1-l)(cos^2(k_0 s - \omega_0 t) - sin(k_0 s - \omega_0 t)) \tag{26}$$

Die resultierende magnetische Ladungsdichte ist also:

$$\rho_m = \nabla \cdot \vec{B}^\circ + (1/c^2)A^\circ_{tt} \tag{27}$$

$$= B_0 l/r_0 + B_0(1-l)/r_0 = B_0/r_0 \tag{28}$$

(Die letzte Form (28) erhält man, wenn in den Ausdrücken für B° und A°_{tt} $s = ct$, d.h. $k_0 s = \omega_0 t$ gesetzt wird.)
Die magnetische Ladungsdichte ist also nabhängig vom Parameter l, wie es sein muss.

Um die elektrische Ladungsdichte zu bestimmen führt man am besten eine vollkommen analoge Rechnung durch:
Es war $\nabla \cdot \vec{D}^{\circ} = D^{\circ}\dfrac{1-l}{r_0}$ Gln. (9), worin sich die konstante z-Komponente von $\vec{D}^{\circ}$ nicht auswirkte.
Für $\vec{D}_z = D^{\circ}[0,0,l]$ ist $\nabla \cdot \vec{D}_z = 0$.
Mit dem Vektorpotenzial $\vec{C} = \vec{D}_z \times \vec{r}$,
und dem Radiusvektor $\vec{r} = r_0[cos(k_0 s), sin(k_0 s), 0]$, wird
$\vec{C} = r_0 D^{\circ}(l)[sin(k_0 s), -cos(k_0 s), 0]$ mit der Norm $C^{\circ} = r_0 D^{\circ}(l)$.
Trotz $\nabla \cdot \vec{D}_z = 0$ gibt es eine elektrische Ladungsdichte.
Ersetzt man nämlich in der Wellengleichung $\Psi_{tt} - c^2\nabla^2\Psi = \Psi^{\circ}_{tt}$
Ψ durch C und Ψ° durch C° und dividiert durch c^2, so erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2}C_{tt} - \nabla^2 C &= \frac{1}{c^2}C^{\circ}_{tt} && (29)\\ &= \frac{r_0\omega_0^2}{c^2}D^{\circ}(l)(cos^2(k_0 s - \omega_0 t) - sin(k_0 s - \omega_0 t)) \\ &= (1/r_0)D^{\circ}(l)(cos^2(k_0 s - \omega_0 t) - sin(k_0 s - \omega_0 t)) && (30) \end{aligned}$$

Die resultierende elektrische Ladungsdichte ist also:

$$\begin{aligned} \rho_e &= \nabla \cdot \vec{D}^{\circ} + (1/c^2)C^{\circ}_{tt} && (31)\\ &= D^{\circ}(1-l)/r_0 + D^{\circ}(l)/r_0 = D^{\circ}/r_0 && (32) \end{aligned}$$

(Die letzte Form (32) erhält man, wenn in den Ausdrücken für D° und C°_{tt} $s = ct$, d.h. $k_0 s = \omega_0 t$ gesetzt wird.)
Sie ist unabhängig vom Parameter l, wie es sein muss.

4 Deutung des von Elektronen am Doppelspalt erzeugten Beugungsmusters

Das Interferenzmuster beim Doppelspaltexperiment entsteht nicht gemäß der üblichen Vorstellung durch Auslöschung oder Verstärkung sich überlagernder Wellenzüge. Mit dem Modell vom Elektron, wie es hier beschrieben wird, entsteht das scheinbare Interferenzmuster aus der Überlagerung von Spuren, die die einzelnen Partikel auf der Fotoplatte hervorrufen.
Angenommen die Elektronen starten an den Spalten h_1 und h_2, dann werden sie auf der Auffangplatte eine Spur maximaler Intensität erzeugen, wenn sie mit dem Maximum der elektrischen Feldstärke auftreffen und die zwei Wege ein Vielfaches der de Broglie Wellenlängen sind. ($r_2 = r_1 + n\lambda$).
Man stelle sich ein Rad vor, das man auf eine Wand zurollen lässt. Auf seinem Reifen steht der elektrische Feldvektor radial senkrecht, ist an einer Stelle maximal und nimmt nach beiden Seiten kontinuierlich bis auf null ab.

Auf der Wand wird entsprechend der Feldstärke eine mehr oder weniger intensive Schwärzung hervorgerufen. Ein solches Rad soll nun von einem Startpunkt aus nach allen möglichen Richtungen laufen. Lässt man das Rad danach von einem benachbarten Punkt ebenfalls nach allen möglichen Richtungen laufen, dann wird man auf der Wand ein Interferenzmuster sehen von dem man glauben könnte, es sei durch Auslöschung und Verstärkung von Wellenzügen entstanden.
Die Spuren maximaler Intensität liegen auf konfokalen Hyperbeln, wie es auch bei der Vorstellung sich überlagernder Wellenzüge der Fall ist. Die Hyperbel 1. Ordnung ist in Abb.2 dargestellt.

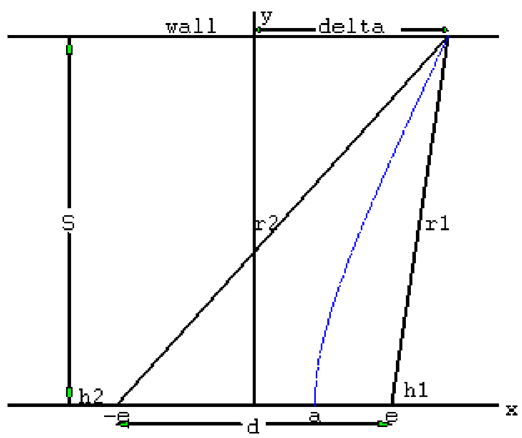

Abbildung 2: Spur von Feldpartikeln, die ein interferenzähnliches Muster erzeugen.Mit $a = \lambda/2$ und $b^2 = e^2 - a^2$, ($2e = d$, Abstand der Schlitze) lautet die Hyperbelgleichung $(x/a)^2 - (y/b)^2 = 1$

Gemäss Gl.4 in Zusammenhang mit Abb. 1 wird die de Broglie- Wellenlänge, wie im folgenden Diagramm dargestellt, beobachtet.

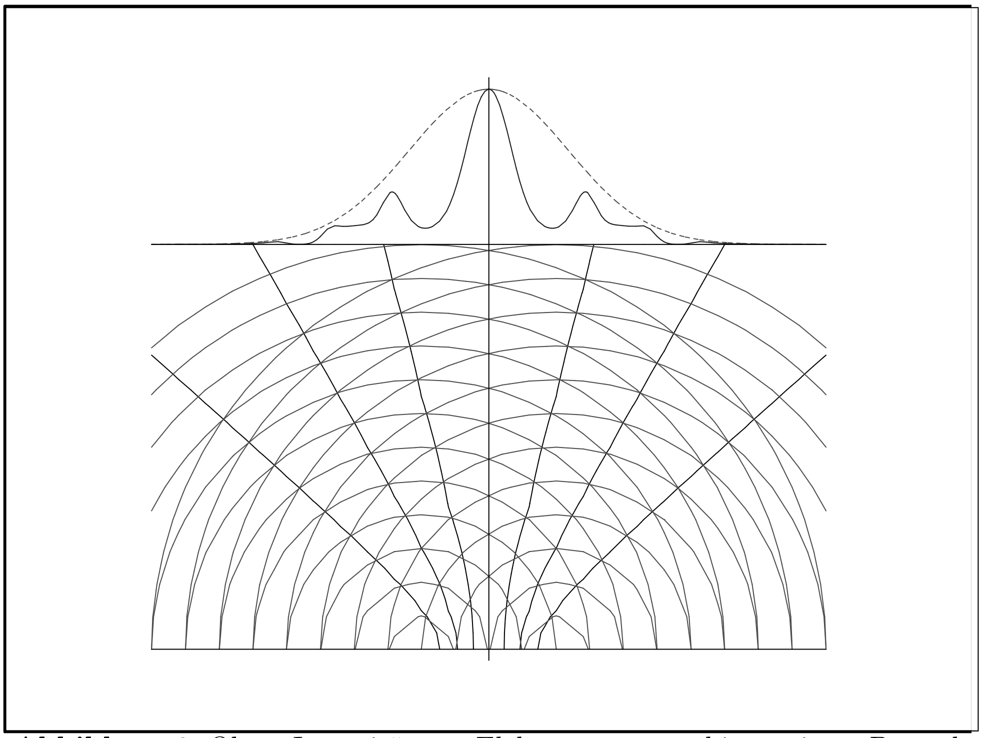

Abbildung 3: Oben: Intensität von Elektronenspuren hinter einem Doppelspalt mit Hüllkurve e^{-x^2} getrichelt. Darunter:Elektronenspuren im Abstand λ (de Broglie-Wellenlänge) mit konfokalen Hyperbeln.

5 Die Eigenenergie des Elektrons

5.1 Über die Energiedichte des Elektrons

Für das ruhende Elektron, wie es hier durch ein zirkulierendes e-m-Feld beschrieben wird, muss gelten: $\dfrac{\partial u_e}{\partial t} = 0$, wobei u_e die Energiedichte des Elektrons bedeutet.
Das Gesetz der Energieerhaltung in einem e-m-Feld lautet:
$\nabla \cdot \vec{S} + \dfrac{\partial u}{\partial t} = \vec{E} \cdot \vec{j}$ (Poynting'scher Energiesatz)
Für das freie Elektron ist hier $\vec{j} = 0$ zu setzen. Mit $\vec{S} = c^2(\vec{D} \times \vec{B})$ also

$$c^2 \nabla \cdot (\vec{D} \times \vec{B}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{D}^2}{\epsilon_0} + \frac{\vec{B}^2}{\mu_0} \right) = 0 \tag{33}$$

Wenn Gl.(33) auch für das Elektron gültig bleiben soll, dann muss sich die Divergenz $\nabla \cdot \vec{S}$ mit der gleichen Rate ändern, wie die Energiedichte u .

Mit den Gleichungen (6) und (7) ist,wenn der Übersichtlichkeit halber der

Parameter $l = 0$ gesetzt wird:

$(\vec{D} \times \vec{B}) = DB[-sin(k_0 s), cos(k_0 s), 0]$ wobei

$D = D_0 e^{\sin(k_0 s - \omega_0 t)}$ and $B = B_0 e^{\sin(k_0 s - \omega_0 t)}$

$c^2 \nabla \cdot (\vec{D} \times \vec{B}) = c^2 \frac{DB}{r_0} 2\cos(k_0 s - \omega_0 t), \qquad (\omega_0 = c/r_0!\ )$

Andererseits ist $|\vec{D} \times \vec{B}| = \pm DBsin(\theta)$ mit $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$.
Hier ist $\theta = \pm \pi/2$ und

$c\frac{\partial}{\partial s}|\vec{D} \times \vec{B}| = \frac{\partial}{\partial t}|\vec{D} \times \vec{B}| = \pm c\frac{DB}{r_0} 2\cos(k_0 s - \omega_0 t), \qquad$ wegen $c = \partial s/\partial t$

deshalb kann in Gl.(33)
$c^2 \nabla \cdot (\vec{D} \times \vec{B})$ durch $c\frac{\partial}{\partial t}|\vec{D} \times \vec{B}|$ ersetzt werden

$$c\frac{\partial}{\partial t}|\vec{D} \times \vec{B}| + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\vec{D}^2}{\epsilon_0} + \frac{\vec{B}^2}{\mu_0}\right) = \frac{\partial u_e}{\partial t} = 0 \tag{34}$$

Die Energiedichte des Elektrons $u_e = \pm cDB + \frac{1}{2}\left(\frac{D^2}{\epsilon_0} + \frac{B^2}{\mu_0}\right)$ ist konstant.

$$u_e = \frac{1}{2}\left(\frac{D}{\sqrt{\epsilon_0}} \pm \frac{B}{\sqrt{\mu_0}}\right)^2, \tag{35}$$

nur das positive Vorzeichen ist sinnvoll.
Es ist $\frac{D}{\sqrt{\epsilon_0}} = \frac{B}{\sqrt{\mu_0}}$, weil $E = cB$

$$Deshalb \quad ist \qquad u_e = \frac{2D^2}{\epsilon_0} = \frac{2B^2}{\mu_0} \tag{36}$$

$$oder \qquad \boxed{u_e = \frac{D^2}{\epsilon_0} + \frac{B^2}{\mu_0}} \tag{37}$$

Die Energiedichte der zirkulierenden e-m Welle ist genau doppelt so hoch wie die einer longitudinalen e-m Welle.
Nur durch diese Tatsache erhält man für Eigenenergie und Eigendrehimpuls die richtigen Ergebnisse.

5.2 Die Eigenenergie

Ist $u_e = D^2/\epsilon_0 + B^2/\mu_0$ die e-m Energiedichte des Elektrons, q_e der mittlere elektrische Fluss und q_m der mittlere magnetische Fluss durch die Kugeloberfläche mit dem Radius r_0, dann

$$D^2 = \left(\frac{q_e}{4\pi r^2}\right)^2 und \quad B^2 = \left(\frac{q_m}{4\pi r^2}\right)^2 \tag{38}$$

Die Gesamtenergie U ist gleich dem Integral über dem gesamten Raum von $r = r_0$ bis $r = \infty$. (Für $r < r_0$ wurde der Raum als feldfrei definiert, liefert also keinen Beitrag zur Energie)

$$U = \frac{1}{\epsilon_0}\int_V D^2\,\mathrm{d}V + \frac{1}{\mu_0}\int_V B^2\,\mathrm{d}V \tag{39}$$

und mit $dV = 4\pi r^2 dr$

$$U = \frac{1}{\epsilon_0}\int_{r_0}^{\infty} D^2 4\pi r^2\,\mathrm{d}r + \frac{1}{\mu_0}\int_{r_0}^{\infty} B^2 4\pi r^2\,\mathrm{d}r \tag{40}$$

$$= \left(\frac{q_e^2}{\epsilon_0} + \frac{q_m^2}{\mu_0}\right)/4\pi r_0 \tag{41}$$

Weil $E = cB$, ist $\frac{q_e^2}{\epsilon_0} = \frac{q_m^2}{\mu_0}$,
mit $q_e^2/\epsilon_0 = q_m^2/\mu_0 = hc$ und $2\pi r_0 = \lambda_0$ und $m_0 c = h/\lambda_0$ erhält man

$$\boxed{U = hc/\lambda_0 = hf_0 = m_0c^2}$$

wobei $f_0 = c/\lambda_0$ die Umlauffrequenz des e-m Feldes bedeutet.
Hier zeigt sich auch die Welle-Teilchen-Dualität.

Damit sind Eigenenergie und Masse des Elektrons allein aus e-m Feldgrößen hergeleitet. Die Eigenenergie ist reine elektromagnetische Energie und die Masse folglich elektromagnetischer Natur.
Dies muss für die Masse jedes Teilchens gelten, weil bisher keine besonderen Annahmen für ein spezielles Teilchen gemacht wurden.
Ist Masse aber elektromagnetisch, dann ist die Gravitation ein elektromagnetisches Phänomen.
Zu dem wird im Abschnitt 6.3 gezeigt, dass der Gravitationskraft eine elektromagnetische Kraft zu Grunde liegt.

6 Elementarladung und Feinstrukturkonstante

6.1 Eine Beziehung zwischen h und c

Es gibt folgenden Zusammenhang zwischen der Planck-Konstanten h und der Lichtgeschwindigkeit c:

$$h = q_e q_m \iff \frac{q_m}{q_e} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \iff \frac{1}{\epsilon_0\mu_0} = c^2$$

$$q_e^2 = hc\epsilon_0, \quad q_m^2 = hc\mu_0 \tag{42}$$

Offenbat sind Planck-Konstante und Lichtgeschwindigkeit über den Wellenwiderstand des freien Raumes miteinnder verbunden.
Die Planck-Konstante erweist sich hier als eine elektromagnetische Grösse!

Die Beziehung zwischen der Elementarladung q_0 und der Feinstrukturkonstanten α lautet:

$$\begin{aligned} q_0^2 &= 2\alpha hc\epsilon_0 \\ &= 2\alpha q_e^2 \end{aligned}$$

(q_e^2 ist also schon in der Sommerfeld-Beziehung enthalten.)

6.2 Deutung der Feinstrukturkonstanten α

α ist eine dimensionslose Konstante mit dem Zahlenwert
$7,2973525698(24) \cdot 10^{-3}$

Sie wird bestimmt durch die Beziehung $q_0^2 = 2\alpha hc\epsilon_0$

Schreibt man diese Beziehung etwas um und ersetzt
$h\,c$ durch $\dfrac{{q_e}^2}{\varepsilon_0}$ bzw. $\dfrac{{q_m}^2}{\mu_0}$, wie bei der Bestimmung der Eigenenergie des

Elektrons, so erhält man $\dfrac{{q_0}^2}{\varepsilon_0} = \alpha \left(\dfrac{{q_e}^2}{\varepsilon_0} + \dfrac{{q_m}^2}{\mu_0} \right)$

Multipliziert man diese Gleichung mit $\dfrac{1}{4\,\pi\,r^2}$, so erscheint α als ein Faktor,

der die elektrische mit einer magnetischen Coulomb-Kraft zwischen zwei Elementarladungen zur resultierenden elektrischen Coulomb-Kraft $\dfrac{{q_0}^2}{4\,\pi\,\varepsilon_0\,r^2}$ zusammenführt.

6.3 Vom Elektron zur Gravitation

"That electromagnetics alone can be the source of gravitational force is an idea it is hard to do without."
R.Feynman, Lectures/Bd II/27-4

Vergleicht man die abstoßende Kraft zwischen zwei Elektronen mit der anziehenden Kraft zwischen einem Elektron und einem Positron, so wird die

erstere geringer als die letztere sein.
Es wird angenommen: Positron und Elektron ziehen sich elektrisch (über q_e) und magnetisch (über q_m) an. Elektron und Elektron stoßen sich elektrisch ab, ziehen sich aber magnetisch an.
Gehen elektrische und magnetische Komponennten nicht gleich stark in die resultierende Kraft ein, so muss man sie mit unterschiedlichen Faktoren wichten:

$$\frac{{q_0}^2}{\varepsilon_0} = \alpha\left(\frac{{q_e}^2}{\varepsilon_0} + \frac{{q_m}^2}{\mu_0}\right) = \alpha_e\,\frac{{q_e}^2}{\varepsilon_0} + \alpha_m\frac{{q_m}^2}{\mu_0}, \tag{43}$$

mit $\alpha_e = 2\alpha - \alpha_m$.
Man kann schreiben:

$$F_{Pos-El} = \alpha_e\,\frac{{q_e}^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \alpha_m\frac{{q_m}^2}{4\pi\mu_0 r^2} \tag{44}$$

und

$$F_{El-El} = \alpha_e\,\frac{-{q_e}^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \alpha_m\frac{{q_m}^2}{4\pi\mu_0 r^2} \tag{45}$$

(Das Minuszeichen soll auf Abstoßung hindeuten)
Der Unterschied zwischen den Kräften Gln. (44) und (45) ist bisher noch nicht gemessen worden, so dass man α_m als sehr klein annehmen muss und für $\alpha_e = 2\alpha - \alpha_m \approx 2\alpha$ gesetzt werden kann.

Wird die Kraft zwischen zwei Elektronen wie üblich durch Ladung q_0 und Masse m_0 ausgedrückt, so lautet sie:

$$F_{El-El} = \frac{-q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + G\frac{m_0^2}{r^2} \tag{46}$$

Die ersten Terme der rechten Seiten der Gleichungen (45) und (46) sind identisch. Sie stellen die (elektrische) Coulomb-Kraft dar, denn
$q_o^2 = 2\alpha hc\varepsilon_0$ und $hc\varepsilon_0 = q_e^2$.
Also muss der zweite Term der rechten Seite der Gleichung (45) (eine magnetische Coulomb-Kraft) gleich der Gravitationskraft in Gleichung (46) sein.
Allgemein lässt sich das Gravitationsgesetz durch die magnetische Coulomb-Kraft ausdrücken:

$$\boxed{G\frac{m_1 m_2}{r^2} = \alpha_g\frac{q_m^2}{4\pi\mu_0 r^2}\frac{m_1}{m_0}\frac{m_2}{m_0}}. \tag{47}$$

Mit $q_m^2 = hc\mu_0$ folgt die Gravitationskonstante zu

$$\boxed{G = \frac{\alpha_g}{4\pi}\frac{hc}{m_0^2}} \tag{48}$$

Die Gravitationskonstante wird offensichtlich bestimmt durch den Spin des Elektrons $(h/4\pi)$,die Masse des Elektrons (m_0), eine dadurch festgelegte Zahl

(α_g), die gleich α_m sein muss, und die Lichtgeschwindigkeit (c).

Aus dieser Beziehung ergibt sich
mit der Gravitationskonstanten $G = 6,67384 * 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$,
der Masse des Elektrons $m_0 = 9,1093829 * 10^{-31} kg$,
der Planck-Konstanten $h = 6,626069570 * 10^{-34} kgm^2 s^{-1}$
und der Lichtgeschwindigkeit $c = 2,99792458 * 10^8 ms^{-1}$
der Zahlfaktor $\alpha_g = 3,50338 * 10^{-45}$
Der Faktor α_m in Gleichung (45) kann also gleich α_g gesetzt werden.
und $\alpha_e = 2\alpha - \alpha_g \approx 2\alpha$.

6.4 Ein Vergleich zwischen Gravitations- und Coulomb-Gesetz

Man kann schreiben:
Für die Kraft zwischen zwei Massen m_1 und m_2

$$F_g = \alpha_g \frac{q_m^2}{4\pi\mu_0 r^2} \frac{m_1}{m_0} \frac{m_2}{m_0} \qquad \text{Gravitationskraft, magnetisch} \tag{49}$$

$$= \alpha_g \frac{hc}{4\pi r^2} \frac{m_1}{m_0} \frac{m_2}{m_0} \qquad hc = q_m^2/\mu_0 \tag{50}$$

$\alpha_g \approx 3,5 * 10^{-45}$, wenn m_0 die Ruhmasse des Elektrons bedeutet.
q_m magnetischer Elementarfluss, und

für die Kraft zwischen zwei Ladungen q_1 und q_2

$$F_c = \alpha_c \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{q_1}{q_0} \frac{q_2}{q_0} \qquad \text{Coulomb-Kraft, elektrisch} \tag{51}$$

$$= \alpha_c \frac{hc}{4\pi r^2} \frac{q_1}{q_0} \frac{q_2}{q_0} = \frac{hc}{4\pi r^2} \frac{q_1}{q_e} \frac{q_2}{q_e} \qquad hc = q_e^2/\epsilon_0 \tag{52}$$

q_0 Elementarladung, $\alpha_c = 2\alpha - \alpha_m \approx 2\alpha \approx 1.46 * 10^{-2}$
q_e elektrischer Elementarfluss.
Wer die Coulomb-Kraft (51) als eine elektrische Kraft bezeichnet muss konsequenterweise die Grvitationskraft (49) als magnetische Coulomb-Kraft ansehen.
Die elektromagnetische Natur beider Krafte zeigt sich am schönsten in den Ausdrücken (50) und (52).in denen sie durch die (elektromagnetische) Planck-Konstante $h = q_e q_m$ (Einheit: $AsVs$) beschrieben werden.
Das allgemeine Gesetz für beide Kräfte lautet also:

$$\boxed{F = \mathrm{N} * \mathrm{hc}/\mathrm{r}^2} \tag{53}$$

wobei N eine dimensionslose reelle Zahl ist. Sie wird allein durch Ladungs - bzw. Massenverhältnisse bestimmt.
Gleichung (53) stellt die Vereinigung von Gravitations- und Coulomb-Kraft dar.

Dem Einwand, die Gravitationskraft sei wesentlich schwächer als die elektromagnetische Kraft und könne schon deshalb nicht elektromagnetischer Natur sein, sei schon jetzt entgegengehalten:
Diese weit verbreitete Meinung ist nicht haltbar.
Man muss nur nachrechnen. Hier ein paar Vergleiche:
Man nehme zwei elektrisch neutrale, gleich grosse Massen ($m_1 = m_2 = m$), versehe jede mit nur einer Elementarledung ($q_1 = q_2 = q_0$) und bilde das Verhältnis von Coulomb-Kraft F_c zur Gravitationskraft F_g, dann ist

$$F_c/F_g = (2\alpha/\alpha_g)(m_0/m)^2$$

für $m = m_0$, Masse des Elektrons, ist $F_c/F_g = 2\alpha/\alpha_g = 4,1699 * 10^{42}$
für $m = m_p$, Masse des Protons, ist $F_c/F_g = 1,2370 * 10^{36}$
für $m = 1,86 * 10^{-9} kg$, ist $F_c/F_g = 1$ also $F_c = F_g$
für $m = 2 * 10^{-9} kg$, ist $F_c/F_g = 0,8649$ also $F_c < F_g$

Es ist nicht zu erkennen, wieso die Gravitationskraft grundsätzlich schwächer als die Coulomb-Kraft sein soll. Wenn nicht dazu gesagt wird, welche Massen mit welchen Ladungen gegenüberstehen, ist die Aussage, die Gravitationskraft sei wesentlich schwächer als die elektrische Kraft, irreführend, weil falsch. Massen haben nichts mit Ladungen zu tun.
Die Gravitationskraft wird durch Massenverhältnisse, die Coulomb-Kraft durch Ladungsverhältnisse bestimmt und beide durch hc/r^2.
Dies wird besonders deutlich, wenn man im Coulomb-Gestz $q_1 = q_2 = q$ und im Gravitaionsgesetz$m_1 = m_2 = m$ setzt, dann

$$\frac{F_c}{F_g} = \frac{2\alpha}{\alpha_g}\left(\frac{q}{q_0}\right)^2\left(\frac{m_0}{m}\right)^2$$

7 Der Spin des Elektrons

Die Impulsdichte einer e-m Welle ist gegeben durch $\vec{D} \times \vec{B}$
Der Drehimpuls $\vec{L}$ einer zirkulierenden Welle ist dann

$$\vec{L} = \int_{Volume} \vec{r_0} \times (\vec{D} \times \vec{B})\,\mathrm{d}V$$

In der e-m Welle steht der Vektorr $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ immer senkrecht auf dem Vektorr $\vec{B}$ und weil $\vec{D} \times \vec{B}$ senkrecht auf dem Vektor $\vec{r_0}$ steht, erhält man mit $E = cB$ den Betrag des Spins:

$$L_0 = \frac{r_0}{\epsilon_0 c} \int_V D^2 \mathrm{d}V \tag{54}$$

Ersetzt man D^2, wie bei der Bestimmung der Eigenenergie, durch $q_e^2/(4\pi r^2)^2$ bzw. $hc\epsilon_0/(4\pi r^2)^2$ und dV durch $4\pi r^2 dr$ und beachtet, dass der Raum für $0 < r < r_0$ feldfrei vorausgesetzt wurde, so erhält man:

$$\boxed{L_0 = \frac{hr_0}{4\pi} \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r^2}\, \mathrm{d}r = \frac{h}{4\pi}} \tag{55}$$

Mit der Compton-Beziehung $m_0 c = h/(2\pi r_0)$

$$\boxed{L_0 = \left(\frac{m_0 r_0^2}{2}\right)\left(\frac{c}{r_0}\right) = I_0 \omega_0} \tag{56}$$

Offenbar ist $I_0 = m_0 r_0^2/2$ das Trägheitsmoment einer Kreisscheibe der Masse m_0, bezogen auf die Rotationsachse durch den Scheibenmittelpunkt senkrecht zur Scheibenebene und $\omega_0 = c/r_0$ die Rotationsfrequenz.

Der Drehimpuls einer dünnen Kreisscheibe der Masse m_0 mit dem Radius r_0 ist offenbar gleich dem Drehimpuls eines auf dem Rand dieser (gedachten) Scheibe umlaufenden e-m Feldes
und die Energie der Scheibenmasse ($m_0 c^2$) ist äquvalent der umlaufenden e-m Feldenergie.

8 Der Landé-Faktor g des Elektrons

Im letzten Paragraphen wurde gezeigt, dass die zirkulierende e-m Welle des Elektrons äquivalent einer Kreisschebe der Masse m_0 ist. Deshalb ist es naheliegend, das Verhalten des Elektrons als Kreisel unter dem Einfluß eines magnetischen Dehmoments zu untersuchen.

Das magnetische Moment des Elektrons ist $\vec{\mu}_e = \dfrac{gq_0 \vec{L}_0}{2m_e}$ (g Landé-Faktor, q_0 Elementarladung, m_e Masse des Elektrons, L_0 Eigendrehimpuls des Elektrons)

8.1 Die Kreiselgleichungen

Eine gute Beschreibung der Bewegung eines Kreisels ist in [3] gegeben..

Zur Beschreibung der Kreiselbewegung werden die Euler-Winkel ϕ, θ and ψ.verwendet.
Es sei ein ortsfestes Koordinatensystem Y mit den Achsen y_1, y_2, y_3 und den zugehörigen Einheitsvektoren i_1, i_2, i_3 und ein mit dem Kreisel

verbundenes, körperfestes Koordinatensystem X mit den Achsen x_1, x_2, x_3 und den zugehörigen Einheitsvektoren e_1, e_2, e_3 gegeben.
Die körperfeste Drehachse sei x_3, das darauf bezogene Trägheitsmoment I_3.
Die Achsen x_1 und x_2 liegen in der Scheibenbene und die zugehörigen Trägheitsmomente sind aus Symmetriegründen gleich groß: $I_1 = I_2$.
θ gibt die Neigung (Inklination) der x_3 - Achse zur vertikalen y_3-Achse an
ϕ mißt den Drehwinkel (Azimuth) um die y_3-Achse. und
ψ ist der Drehwinkel, mit dem sich die Kreisscheibe um ihre eigene Achse x_3 dreht.
Die Drehung um die x_3-Achse (Spin) erfolgt also mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_\psi = \psi_t$, der Spinfrequenz.
Die Spinachse x_3 präzessiert um die y_3-Achse mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_\phi = \phi_t$, der Präzessionsfrequenz und kann gleichzeitig um die Schnittlinie der $x_1 - x_2$-Ebene mit der $y_1 - y_2$-Ebene, die Knotenlinie k
(Einheitsvektor κ) mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_\theta = \theta_t$, der Nutationsfrequenz, schwanken.
(Index t bedeutet jeweils die Ableitung nach der Zeit)
Der Vektor der resultierenden Winkelgeschwindigkeit ist dann:

$$\begin{aligned} \vec{\omega} &= \phi_t i_3 + \theta_t \kappa + \psi_t e_3 \\ &= \omega_1 e_1 + \omega_2 e_2 + \omega_3 e_3 \end{aligned} \tag{57}$$

mit [3] $$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_t \sin(\theta)\sin(\psi) + \theta_t \cos(\psi) \\ \phi_t \sin(\theta)\cos(\psi) - \theta_t \sin(\psi) \\ \phi_t \cos(\theta) + \psi_t \end{pmatrix}$$

Der Drehimpuls in Bezug auf System X ist

$$\begin{aligned} \vec{L}_X &= L_1 e_1 + L_2 e_2 + L_3 e_3 \\ &= \omega_1 I_1 e_1 + \omega_2 I_2 e_2 + \omega_3 I_3 e_3 \end{aligned} \tag{58}$$

wobei I_1, I_2, I_3 die Hauptträgheitsmomente um die Hauptachsen x_1, x_2, x_3 sind
Der Drehimpuls in Bezug auf System Y ist:

$$\vec{L}_Y = L_\xi i_1 + L_\eta i_2 + L_\zeta i_3 \tag{59}$$

mit
$L_\xi = [(\cos(\phi)\cos(\psi) - \sin(\phi)\cos(\theta)\sin(\psi))\, L_1 + (-\cos(\phi)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\theta)\cos(\psi))\, L_2 + \sin(\phi)\sin(\theta)\, L_3]$
$L_\eta = [(\sin(\phi)\cos(\psi) + \cos(\phi)\cos(\theta)\sin(\psi))\, L_1 + (-\sin(\phi)\sin(\psi) + \cos(\phi)\cos(\theta)\cos(\psi))\, L_2 - \cos(\phi)\sin(\theta)\, L_3]$
$L_\zeta = [\sin(\theta)\sin(\psi)\, L_1 + \sin(\theta)\cos(\psi)\, L_2 + \cos(\theta)\, L_3]$

Es gilt:

$$\left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_Y = \left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_X + \vec{\omega} \times \vec{L_X} = \vec{N} \tag{60}$$

Die Komponenten der Gl. (60) sind die Euler-Kreiselgleichungen

$$I_1\dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2)\omega_3\omega_2 = N_1 \tag{61}$$
$$I_2\dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3)\omega_1\omega_3 = N_2 \tag{62}$$
$$I_3\dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1)\omega_2\omega_1 = N_3 \tag{63}$$

$\vec{N} = \vec{\mu}_e \times \vec{B}$ ist das am Kreisel angreifende Drehmoment
$\vec{B}$ das äußere Magnetfeld in positiver y3-Richtung angenommen
$\vec{\mu}_e$ das magnetische Moment des Elektrons

$$\vec{\mu}_e = 0e_1 + 0e_2 + m_3e_3 \tag{64}$$

mit $\quad m_3 = \dfrac{gq_0L_0}{2m_e} \qquad m_e$ Masse des Elektrons

$$\begin{aligned}\vec{B} &= 0i_1 + 0i_2 + Bi_3 \\ &= B_1e_1 + B_2e_2 + B_3e_3\end{aligned} \tag{65}$$

wobei $\quad \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\theta)\sin(\psi)B \\ \sin(\theta)\cos(\psi)B \\ \cos(\theta)B \end{pmatrix}$

Dann ist $\vec{N} = N_1e_1 + N_2e_2 + N_3e_3$ das Drehmoment im System X

mit $\quad \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_3B_2 \\ -m_3B_1 \\ 0 \end{pmatrix}$

oder $\vec{N} = N_\xi i_1 + N_\eta i_2 + N_\zeta i_3$ das Drehmoment im System Y

mit $\quad \begin{pmatrix} N_\xi \\ N_\eta \\ N_\zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_3B\sin(\theta)\cos(\phi) \\ m_3B\sin(\theta)\sin(\phi) \\ 0 \end{pmatrix}$

Für die Kreisscheibe sind die Trägheitsmomente um die Hauptachsen x_1 und x_2 in der Scheibenebene gleich groß $I_1 = I_2$.
Das Trägheitsmoment um die Spinachse durch den Mittelpunkt der Scheibe durch die Scheibenebene, hier die x3-Achse, ist $I_3 = 2I_1$.

8.2 Eine Formel für den g-Faktor

Das Scalarprodukt

$$\vec{\omega}.\left(\frac{d\vec{L}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{L} - \vec{N}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{\omega}.\vec{L}}{2} + \vec{\mu}_e.\vec{B}\right) = 0 \tag{66}$$

zeigt die Konstanz der Energie

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\vec{\omega}.\vec{L}}{2} + \vec{\mu}_e.\vec{B} & (67)\\ &= I_1(\omega_1^2 + \omega_2^2)/2 + (I_3\omega_3^2)/2 + m_3 B\cos(\theta) \\ &= I_1(\phi_t^2 \sin(\theta)^2 + \theta_t^2)/2 + (I_3\omega_3^2)/2 + m_3 B\cos(\theta) & (68) \end{aligned}$$

$N_\zeta = \dot{L}_\zeta = 0$ bedeutet die Konstanz von L_ζ (=k_2), der y3-Komponente des Drehimpulses $\vec{L}_Y$

$$k_2 = I_1\phi_t \sin(\theta)^2 + \omega_3 I_3 \cos(\theta) \tag{69}$$

Weil $I_1 = I_2$, ist $I_3\dot{\omega}_3 = \dot{L}_3 = N_3 = 0$, d.h. die x_3-Komponente L_3 (=k_3), des Drehimpulses $\vec{L}_X$ ist konstant.

$$\begin{aligned} k_3 &= \omega_3 I_3 & (70)\\ &= 2I_1(\phi_t\cos(\theta) + \psi_t) \end{aligned}$$

Diese Konstanten, ausgedrückt durch die Euler-Winkel und nach der Zeit abgeleitet, ergeben mit den Abkürzungen $I_3/I_1 = 2$, $\psi_t = \omega_0$ für die konstante Spinfrequenz, $L_0 = \omega_0 I_3$ für den Spin, $\frac{q_0 B}{m_e} = \omega_c$ Zyklotronfrequenz und $m_3 B = g\omega_c\omega_0 I_1$, die drei folgenden Gleichungen:

$\dot{k}_1 \to \phi_t\phi_{tt}\sin(\theta)^2 + \phi_t^2\theta_t\sin(\theta)\cos(\theta) + \theta_t\theta_{tt} - g\omega_c\omega_0\theta_t\sin(\theta) = 0$
$\dot{k}_2 \to \phi_{tt}\sin(\theta) + 2\phi_t\theta_t\cos(\theta) - 2\omega_3\theta_t = 0$
$\dot{k}_3 \to \phi_{tt}\cos(\theta) - \phi_t\theta_t\sin(\theta) = 0$
und mit $\theta_{tt} = 0$, also Nutationsfrequenz $\theta_t = const$, erhält man g, den Landé-Factor:

$$g = \frac{\phi_t}{\omega_c}\left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\phi_t}{\omega_c}\right)^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2}\right) \tag{71}$$

Diese Formel gilt für jedes Spin-1/2 Teilchen, weil sie auf der Tatsache beruht, dass $\hbar/2 = m_0 r_0^2 c/2r_0$,Gl. (56) ($m_0$ Ruhmasse des Teilchens, $2\pi r_0$ seine Compton Wellenlänge).
Um einen Zahlenwert für g zu erhalten, sind zwei Frequenzverhältnisse zu bestimmen.

Wie kann man das Frequenzverhältnis ϕ_t/ω_c bestimmen? Es wurde keine Möglichkeit gefunden. Aber wir wissen, dass g nur geringfügig grösser als zwei ist und nehmen deshalb $\phi_t/\omega_c = 1$.
Nebenbei: Läßt man den zweiten Term unter der Wurzel weg, so erhält man die übliche, aber unrichtige Beziehung zwischen Präzessionsfrequenz und Zyklotronfrequenz $g/2 = \phi_t/\omega_c$.[2]
(Dieses Ergebnis erhält man, wenn in Gl. (29) das Drehmoment $\left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_X$ ignoriert und ω zur Präzessionsfrequenz erklärt wird.)

8.3 Die Bestimmung des Frequenzverhältnisses $\frac{\omega_\mathbf{c}}{\omega_\mathbf{0}}$

Die zirkulierende e-m Welle trägt den Energiestrom $\vec{S} = c^2(\vec{D} \times \vec{B})$
Der Vektor $\vec{s} = \vec{D} \times \vec{B}$ ist Impulsdichte (Masse x Geschwindigkeit/Volumen) oder Massestrom (Masse/(Fläche x Zeit))
Der Vektor $\vec{D}$ ist die elektrische Flussdichte, bestimmt durch den Betrag $D 4\pi r_0^2 = q_e$

Es ist aber auch $\vec{s} = \left(\frac{m_0}{4\pi r_0^2}\right)(\vec{n} \times \vec{\omega}_0)$, mit $\vec{n}$ Einheitsflächenvektor

senkrecht zu $\vec{\omega_0}$ und der Umlaufbahn.

Es ist weiter $\Delta\left(\frac{\omega_0 m_0}{4\pi r_0^2}\right)^2/\Delta\phi$ das Quadrat des mittleren Massestroms pro $\Delta\phi$

und $(DB\sin(\phi))^2$ das Quadrat des Massestroms in Abhängigkeit von ϕ
Weil beide Masseströme gleich sein müssen, gilt

$$\int \mathrm{d}\left(\frac{\omega_0 m_0}{4\pi r_0^2}\right)^2 = \int D^2 B^2 \sin(\phi)^2 \,\mathrm{d}\phi \tag{72}$$

B steht hier für das äussere Magnetfeld, denn dies ist massgebend für die Zyklotronfrequenz.
Zu integrieren ist über einen Umlauf. (s. Fig. 4)
Hier wird angenommen, daß q_e bzw. $\vec{D}$ die elektrische Flussdichte des Elektrons mit dem äußeren Magnetfeld $\vec{B}$ zusammenwirkt und damit die Zyklotronbewegung des bewegten Elektrons bewirkt.

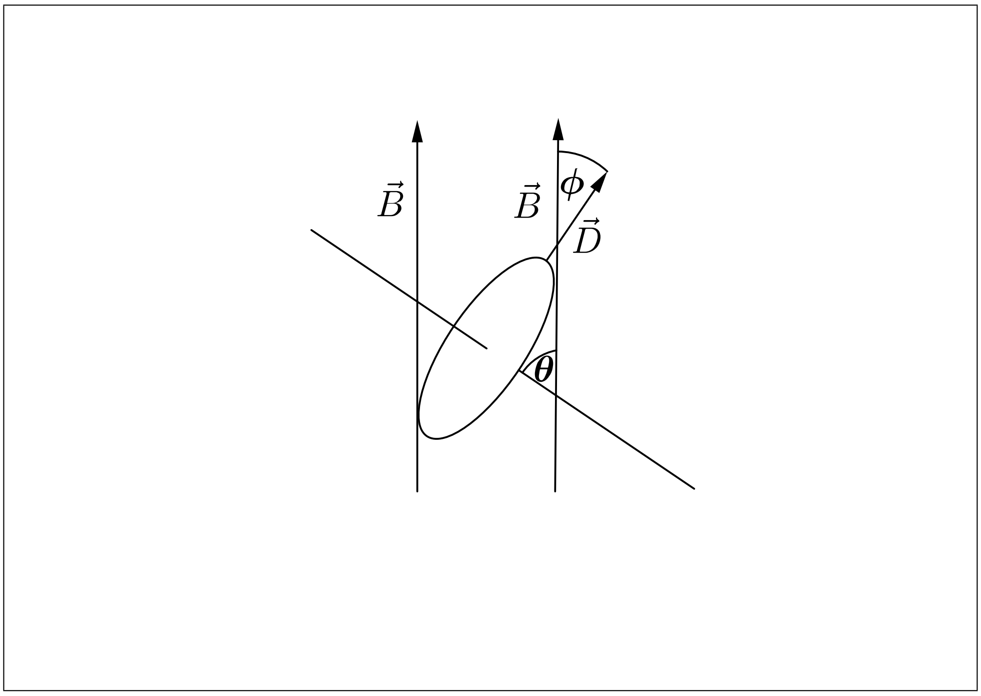

Abbildung 4: Der zirkulierende Vektor$\vec{D}$ im Magnetfeld $\vec{B}$.

Mit $D4\pi r_0^2 = q_e$ erhält man:

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= \left(\frac{q_e B}{m_0}\right)^2 2\int_{\pi/2-\theta}^{3\pi/2-\theta} \sin(\phi)^2 \, \mathrm{d}\phi \\ &= \pi \left(\frac{q_e B}{m_0}\right)^2 \end{aligned} \tag{73}$$

mit $\left(\frac{q_0}{q_e}\right)^2 = 2\alpha, \quad \frac{q_0 B}{m_e} = \omega_c \quad \text{und} \quad m_0 = m_e \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$

$$\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 = \frac{2\alpha(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2)}{\pi} \tag{74}$$

und der Landé-Faktor:

$$\boxed{g = 1 + \sqrt{1 + \frac{2\alpha}{\pi}\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]}} \tag{75}$$

8.4 Überprüfung der Formel mit den Meßwerten

Es ist also $\quad 2 \leq g \leq 1 + \sqrt{1 + \frac{2\alpha}{\pi}}$

Mit der oberen Schranke $\quad g_{max} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2\alpha}{\pi}}$ ist
$\frac{g_{max} - 2}{2} = 0.001160064230$,
gemessen wurde $\quad \frac{g-2}{2} = 0.001159656522$
Die Differenz zur oberen Schranke also: $\quad \frac{g_{max} - g}{2} = 0.000000407708$

Errechnet mit Hilfe der QED[6].

$$\begin{aligned} \frac{g-2}{2} &= \frac{\alpha}{2\pi} - 0,32848\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 1,49\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \\ &= 0.001159640049 \end{aligned}$$

Der gemessene g-Faktor liegt unterhalb der oberen Schranke. Dies folgt auch aus der vorgelegten Formel, weil die mittlere Geschwindigkeit des Elektrons während der Messung immer grösser als null ist.
Die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit liegt an der Zyklotronfrequenz mit der sich ein geladenes Teilchen im Magnetfeld bewegt.[5]

Der Grund für die Abweichung:

$$\frac{g_{max} - g}{2} = 0.000000407708$$

liegt in der hohen Messgenauigkeit, durch die der Einfluss einer geringfügigen Massenzunahme mit erfasst wird.
Bei etwa 1.9 % der Lichtgeschwindigkeit - entspricht einer Massenzunahme um 0,018 % - liefert die Formel den gemessenen Wert.
(Würde man nur bis auf sechs Nachkommastellen genau messen, dann gäbe es keine Abweichung zur oberen Schranke und die Formel erweckte den Eindruck bei der Geschwindigkeit v = 0 gemessen zu haben.)

Es wird also immer der g-Faktor eines sich bewegenden Elektrons mit leicht erhöhter Masse gemessen.

9 Zusammenfassung

Ladung, Masse, Spin , Landé-Faktor und Welle-Teilchen Dualität sind Eigenschaften des Elektrons, die, scheinbar voneinander völlig unabhängig,

aus der üblichen Vorstellung von einer winzigen, kugelförmigen Masse, auf deren Oberfläche die Elementarladung verteilt ist und von der aus ein elektrisches Feld gleichmässig nach allen Richtungen ausgeht, nicht abgeleitet werden können.
Es ist weder klar um welche Art Masse es sich handelt, noch was Ladung eigentlich ist. Beide sind untrennbar miteinander verbunden. Könnte man die Ladung von der Masse abstreifen, niemand könnte diese reine Ladung beschreiben. Wo bleiben Masse und Ladung, wenn Elektron und Positron zerstrahlen? Es ist unklar und wird mit 'Annihilisation' bezeichnet.
Die Selbstenergie des Elektrons ist bis heute nicht aus seinen vermuteten Eigenschaften berechenbar. Denkt man sie sich im elektrischen Feld, so erhält man 3/4 von m_0c^2 [1],[2]. Aber die Masse allein enthält schon die Energie m_0c^2, zu der die elektrische Feldenergie zu addieren wäre, um die Gesamtenergie zu erhalten. Trotzdem ist man sich einig: Die gesamte Energie des ruhenden Elektrons ist m_0c^2, und ignoriert die Feldenergie.
Ungeklärt ist die Frage, warum die auf oder in der Masse verteilte Elementarladung das Elektron nicht sprengt.
Auchr das Welle-Teilchen Phänomen ist mit dem Wort 'Welle-Teilchen Dualismus' nicht geklärt.
Eigendrehimpuls und magnetisches Moment des Elektrons seien wesensmässig quanten-mechanischer Ar, klassisch nicht erklärbar heisst es und fügt meist hinzu, es gäbe überhaupt keinen Grund dafür ein klassisches Modell zu entwickeln.
Jetzt ist man der Überzeugung, das (punktförmige!) Elektron bestehe aus zwei Quarks, doch keines der genannten Probleme wird dadurch beseitigt.

Die hier vorgelegte Beschreibung des Elektrons kommt ohne Masse und Ladung aus und behebt alle angeführten Probleme!
Vor allem aber werden alle bekannten Eigenschaften aus einer elektromagnetischen Welle abgeleitet.
Es wird eine Lösung der Maxwell-Gleichungen angegeben, die ein zirkulierendes,tranversales e-m Feld beschreibt.
Das e-m Feld umläuft den Rand einer (fiktiven) Kreisscheibe vom Umfang der Compton-Wellenlänge ($\lambda_0 = 2\pi r_0$).
Da es weder Masse noch Ladung gibt, geht bei der Annihilisation von Teilchen mit seinem Antiteilchen lediglich eine elektromagnetische Feldkonfiguration in eine andere über.
Es konnte gezeigt werden, dass die Energiedichte der zirkulierenden e-m Welle genau doppelt so hoch ist wie die einer sich longitudinal ausbreitenden e-m Welle, eine wesentliche Voraussetzung für die Berechnung von Eigenenergie und Spin.
Mit der Einführung eines elektrischen Flusses q_e und eines magnetischen Flusses q_m wurden die zugehörigen Flussdichten $D = \epsilon_0 E$ und B definiert.

Es zeigte sich, dass, wenn das Produkt $q_e q_m$ gleich der Planck-Konstanten h ist, sich die Eigenenergie gleich $m_0 c^2$ ergibt und dass man unter den gleichen Bedingungen den richtigen Eigendrehimpuls (Spin) $h/4\pi$ erhält. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass der Drehimpuls des zirkulierenden e-m Feldes gleich dem Drehimpuls einer dünnen Scheibe der Masse m_0 und ihr Radius gleich der $Compton - Wellenlänge/2\pi$ ist.
Damit konnte das Elektron wie eine rotierende Kreisscheibe aufgefasst weren, die in einem äusseren Magnetfeld den g-Faktor berechenbar machte. Eine einfache sehr genaue Formel konnte angegeben werden, die eine plausible Abhängigkeit des g-Faktors von der Geschwindigkeit zeigt.
Auch die Welle-Teilchen Dualität kann durch dieses Elektronmodel erklärt werden, schliesslich ist das hier beschriebene Elektron selbst Welle und Teilchen zugleich. Beim sogenannnten Interferenzmuster vom Doppelspaltexperiment handelt es sich demnach nicht um Verstärkung und Auslöschung von Wellen, sondern lediglich um die Überlagerung von Spuren einzelner Elektronen.
Wurde schon an diesem Modell deutlich, dass Masse elektromagnetischer Natur ist, so konnte auch allgemein gezeigt werden, dass sich das (elektrische) Coulomb-Gesetz nicht vom Newton-Gravitationsgesetz unterscheidet ($F = N_F hc/r^2$), die Gravitationskraft also als eine elektromagnetische Kraft anzusehen ist.. Schliesslich kann die Gravitationskonstante allein durch Planck-Konstante, Lichtgeschwindigkeit und Masse des Elektrons, versehen mit einem Zahlfaktor, ersetzt werden ($G = N_G hc/m_0^2$).(N_F bzw. N_G sind reine Zahlen)
Das bedeutet in der Kosequenz: Alle Materie ist aus dem gleichen Stoff aus dem das Licht besteht, oder kürzer, wenn man Licht als elektromagnetische Wellen jeglicher Frequenz auffasst:
Alles ist Licht.

Literatur

[1] A. Sommerfeld, Elektrodynamik, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1964

[2] R.P. Feynman, Lectures on Physics, Addison-Wesley Publishing Company

[3] Murray R. Spiegel, Allgemeine Mechanik, McGraw-Hill Inc./ Schaum - Reihe

[4] H.R. Crane, The g Factor of the Electron, Scientific American, January 1968

[5] Ph. Ekstrom and D. Wineland, Das isolierte Elektron, Spektrum der Wissenschaft, Oktober 1980

[6] E.Rebhan, Theoretische Physik, Relativistische Quantenmechanik, Quantenfeldtheorie und Elementarteilchentheorie, (p.359) (Spektrum Akademischer Verlag + Springer, Heidelberg, 2010)